

Tercer parcial 2014

Problema 4.9. Un cilindro aislado está dividido en dos compartimientos A y B por un pistón adiabático, de altura despreciable y sin fricción, tal como se muestra en la Figura 1. El compartimiento A contiene 0,63 [kg] de metano inicialmente a 490 [kPa] ocupando un volumen de 0,063[m³]; mientras que el compartimiento B contiene aire a una temperatura de 150°C, ocupando una altura de 0,5 m. Se abre la válvula que conecta el tanque con la línea por la cual circula metano a 1 MPa y 300 K hasta que el sistema alcance equilibrio mecánico, momento en el cual se cierra la válvula. Considerando que el proceso en B es reversible, que el aire se comporta como un gas ideal con C_p constante y que todo el sistema es adiabático, determine:

1. Estado final del metano dentro del compartimiento A ($T, P, u, h, s, \text{fase}$)
2. Masa que entró al sistema (kg)
3. Cambio de entropía del sistema
4. Trabajo realizado por el fluido contenido en A
5. Si el proceso es posible y por qué. Justifique su respuesta

Datos adicionales:

Masa del pistón: 150 [kg], diámetro del pistón: 0,4 [m], constante de aceleración de gravedad: 10 [m/s²], peso molecular del aire: 28,97 [g/mol], $C_{p\text{aire}} : 1,004[\text{kJ}/\text{kgK}]$ **Solución:**

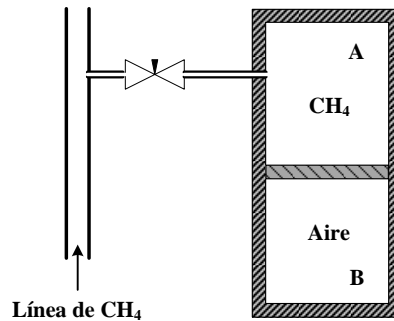


Figura 4.14: Diagrama del sistema de dos compartimientos con uno conectado a línea de suministro correspondiente al problema (4.9).

1. Estado final del metano dentro del compartimiento A ($T, P, u, h, s, \text{fase}$).

Lo conveniente es ir analizando estado por estado realizando todos los cálculos que sean posibles.

Estado A1

Sobre el metano en su estado inicial tenemos la masa $m_{A1} = 0,63[\text{kg}]$ contenida en un volumen conocido $V_{A1} = 0,063[\text{m}^3]$ además de la presión $P_{A1} = 490[\text{kPa}]$. Podemos calcular el volumen específico

$$v_{A1} = \frac{V_A}{m_{A1}} = \frac{0,063}{0,63} = 0,100 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$$

con lo que tenemos los dos datos que nos permiten entrar a tablas. De ellas se desprende que el volumen específico cae afuera de los posibles para la isobara de vapor sobrecalentado correspondiente a este estado. Si vamos a tablas de vapor saturado encontramos que el valor calculado cae entre dos temperaturas, por lo que hay que interpolar como se muestra en la tabla que aparece en la figura (4.15). A partir de esta tabla y usando la información para el volumen específico encontrado para este estado, se puede evaluar la calidad

$$x_{A1} = \frac{0,100 - 0,0025917}{0,1273965 - 0,0025917} = 0,78048$$

T(K)	P(kPa)	v_{ls} [m ³ /kg]	v_{vs} [m ³ /kg]	u_{ls} [kJ/kg]	u_{vs} [kJ/kg]	s_{ls} [kJ/kg K]	s_{vs} [kJ/kg K]
130,00	367,60	0,0025370	0,1670100	-221,65000	189,60000	5,47340	9,10200
134,97	490,00	0,0025917	0,1273965	-203,50378	194,34288	5,61052	9,01112
135,00	490,70	0,0025920	0,1271700	-203,40000	194,37000	5,61130	9,01060

Figura 4.15: Interpolación usando tablas de vapor saturado de metano en las condiciones iniciales del problema (4.9). Sobre fondo azul los resultados de la interpolación en este caso lineal.

y usando la regla de la palanca el resto de las propiedades, como por ejemplo

$$u_{A1} = (1-x_{A1})u_{Ls} + x_{A1}u_{vs} = (1-0,78048)(-203,50378) + 0,78048 \times 194,34288 = 107,00954 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

En la tabla resumen estos valores se resaltan sobre fondo azul claro.

Estado B1

Conocemos la altura a la que está localizada la superficie inferior del pistón en contacto con el tanque B, y también el diámetro del pistón, por lo que podemos calcular el volumen

$$V_{B1} = A_p z = \pi \frac{d^2}{4} z = 3,1416 \times \frac{0,4^2}{4} \times 0,5 = 0,06283 [m^3]$$

Dado que el pistón es de deslizamiento libre y de masa conocida, haciendo un balance de fuerzas podemos calcular la presión en este compartimiento sobre la base de la presión en el estado inicial del compartimiento A. Conocida la aceleración de la gravedad se tiene

$$P_{B1} = P_{A1} + m_p \frac{g}{A_p} = 490 + 150 \frac{10}{0,1256637} \times \frac{1}{1000} = 501,937 [kPa]$$

Usando la ecuación de estado para gas ideal con los datos conocidos se puede ahora calcular la masa de aire en el compartimiento B

$$m_B = \frac{P_{B1} V_{B1}}{RT_{B1}} P M_{aire} = \frac{501,94 \times 0,06283}{8,314 \times (150 + 273,15)} \times 28,97 = 0,2597 [kg]$$

que al ser el subsistema B cerrado se mantiene constante para todo el proceso. Habría que demostrar que el aire se comporta realmente como gas ideal, pero si así fuera, con el dato de calor específico se podría ahora asignar un valor para la energía interna y la entropía eligiendo previamente un cero de referencia. Sería más preciso buscar tablas de aire. No se calculan porque no hacen falta para la resolución del problema. **Estado B2**

Sabemos que la presión final para el subsistema A es igual a la presión de suministro de metano. Por lo tanto se puede calcular la presión del aire para este estado

$$P_{B2} = P_{A2} + m_p \frac{g}{A_p} \times \frac{1}{1000} = 1000 + 150 \frac{10}{0,1256637 \times 1000} = 1011,94 [kPa]$$

Como el proceso de presurización se hace lentamente, y el subsistema B es cerrado y adiabático, supondremos que el proceso es reversible y por lo tanto isoentrópico, para el cual es válida la siguiente relación

$$\begin{aligned} T_{B2} &= T_{B1} \left(\frac{P_{B2}}{P_{B1}} \right)^{(R_{aire}/c_{p,aire})} = T_{B1} \left(\frac{P_{B2}}{P_{B1}} \right)^{(R/(P M_{aire} c_{p,aire}))} \\ &= (150 + 273,15) \left(\frac{1011,94}{501,937} \right)^{(8,314/(28,97 \times 1,004))} = 517,053 [K] \end{aligned}$$

lo cual conduce a que $T_{B2} = 243,90275^\circ C$. El volumen ocupado será

$$V_{B2} = m_B \frac{RT}{PM_{aire} P_{B2}} = 0,03808 [m^3]$$

y el correspondiente volumen específico es

$$v_{B2} = \frac{V_{B2}}{m_b} = \frac{0,03808 [m^3]}{0,2597 [kg]} = 0,1466368 \left[\frac{m^3}{kg} \right]$$

Este cálculo podría haberse evitado ya que para responder los interrogantes del problema solo nos hace falta el volumen final del compartimiento B. **estado A2**

La presión es un dato y el volumen final se halla considerando constante el volumen total

$$V_{A2} = V_{total} - V_{B2} = (V_{A1} + V_{B1}) - V_{B2} = (0,063 + 0,06283) - 0,03808 = 0,08775 [m^3]$$

Para calcular el resto de las propiedades tendremos que encontrar la forma de obtener el dato adicional que hace falta. Para ello recurrimos a un balance de primera ley aplicado a todo el sistema. Teniendo en cuenta que todo el sistema es adiabático y de paredes rígidas sabemos que no intercambia calor ni trabajo bajo la forma de trabajo de expansión. En consecuencia se tiene

$$m_{e \rightarrow A} h_e = U_2 - U_1$$

Es decir

$$(m_{A2} - m_{A1}) h_e = (m_{A2} u_{A2} - m_{A1} u_{A1}) + m_B (u_{B2} - u_{B1})$$

Teniendo en cuenta que el aire se comporta como gas ideal, que la capacidad calorífica a volumen para este gas es constante e igual a $c_v = c_p - R/PM_{aire}$ y que la masa de metano en el estado final es igual a

$$(m_{A2} - m_{A1}) h_e = (m_{A2} u_{A2} - m_{A1} u_{A1}) + m_B (u_{B2} - u_{B1})$$

La ecuación anterior se puede reorganizar bajo la forma de función objetivo como

$$F_{ob} = \left(\frac{V_{A2}}{u_{A2}} - m_{A1} \right) h_e - \left(\frac{V_{A2}}{u_{A2}} u_{A2} - m_{A1} u_{A1} \right) - m_B \left(c_p - \frac{R}{PM_{aire}} \right) (T_{B2} - T_{B1}) \Rightarrow 0$$

El contenido entálpico del metano en la línea $h_e = 618,76 [kJ/kg]$ se encuentra por lectura sobre tablas de VSC (el metano es supercrítico en estas condiciones). Buscando valores sobre la isobara de 1000 [kPa] se logra que la función objetivo se haga igual a cero para una temperatura de 188,3 K y un volumen específico de $0,08966 [m^3/kg]$ lo cual nos conduce a que la masa de metano en el estado final dentro del tanque A será

$$m_{A2} = \frac{V_{A2}}{v_{A2}} = \frac{0,08775}{0,08966} = 0,9794 [kg]$$

El resto de los datos se obtienen entrando a tablas de vapor sobrecalentado utilizando la presión y cualquiera de los datos evaluados por ajuste. Ahora estamos en condiciones de responder al resto de los items.

2. Masa de metano que entró al sistema (kg).

$$m_e = m_{A2} - m_{A1} = 0,9794 - 0,63 [kg] = 0,3494 [kg]$$

3. Cambio de entropía del sistema.

Como el sistema es adiabático, no transfiere entropía al universo. En consecuencia

$$\Delta s_{univ} = \Delta s_{sis} = (S_2 - S_1)_A + (S_2 - S_1)_B = (S_2 - S_1)_A = 3,9521 \left[\frac{kJ}{K} \right]$$

donde se tuvo en cuenta que el sistema del tanque B sufre un proceso adiabático y reversible, y en consecuencia isoentrópico.

4. Trabajo realizado por el fluido contenido en A.

Hemos supuesto que el proceso en B es reversible, y como la única interacción que puede tener con el sistema en el tanque A es la de trabajo, podemos escribir que

$$W_{A,1 \rightarrow 2} = -W_{B,1 \rightarrow 2} = - \int_{V_{B1}}^{V_{B2}} P_B dV_B = P_{B1} V_{B1}^\gamma \left(\frac{V_{B2}^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right) \Big|_{V_{B1}} = -0,2748 [kJ]$$

lo cual conduce a que

$$W_{A,1 \rightarrow 2} = 0,2748 [kJ]$$

5. Determinar si el proceso es posible y por qué. Justifique su respuesta.

El proceso es posible porque no viola el segundo principio (aumento de entropía del universo). Esto nos dice que el proceso tiene irreversibilidades las cuales se localizan en la válvula de conexión con la línea que establece una diferencia de presión entre la de la línea y la del subsistema A, diferencia que se anula en el estado final.